

Memoria científica original

**Geotutor: Tutor inteligente para la enseñanza aprendizaje de la geometría del espacio en la educación preuniversitaria**

Geotutor: Intelligent tutor for teaching learning space geometry in the pre-university education

M. Sc. Yaimel González Leyva<sup>1\*</sup>,  <https://orcid.org/0000-0002-3092-5747>

Dr. C. Yoan Martínez López<sup>2</sup>,  <https://orcid.org/0000-0002-1950-567X>

M. Sc. Alexia Esther Nardín Anarela<sup>2</sup>,  <https://orcid.org/0000-0001-9319-6601>

M. Sc. María Isabel Salgado Docampo<sup>2</sup>,  <https://orcid.org/0000-0001-0710-6268>

<sup>1</sup> Unión de Informáticos de Cuba (UIC). Camagüey, Cuba.

<sup>2</sup> Universidad de Camagüey Ignacio Agramonte Loynaz. Camagüey, Cuba.

\* Autor para la correspondencia: [yaimel.gonzalez@uic.cu](mailto:yaimel.gonzalez@uic.cu)

**Resumen**

**Introducción:** La implementación de un tutor inteligente para la enseñanza de la Estereometría en Cuba representa una oportunidad para transformar el aprendizaje de esta disciplina, superando las limitaciones de los recursos actuales. Este enfoque no solo mejoraría el rendimiento académico de los estudiantes, sino que también fomentaría el desarrollo de habilidades esenciales para su formación integral.

**Objetivo:** Diseñar Geotutor, un sistema tutor inteligente para estereometría que combina modelos de aprendizaje automático (clustering de estilos cognitivos) con técnicas de gamificación contextualizada.

**Métodos:** La investigación, de tipo aplicada, se desarrolló en tres etapas: 1) revisión teórica y fundamentación; 2) diagnóstico de dificultades en el aprendizaje de Estereometría mediante test de conocimientos; y 3) desarrollo del sistema. En su ejecución se emplearon métodos teóricos y empíricos de investigación.

**Resultado:** El sistema tiene una arquitectura modular, compuesta por: Módulo del Estudiante, Módulo del Tutor, Módulo de Dominio e Interface Aplicación Móvil. Geotutor opera mediante una evaluación inicial que calibra el sistema, ofreciendo retroalimentación personalizada y ejercitación adaptativa para subsanar deficiencias.

**Conclusión:** Los resultados evidencian que la propuesta no solo mejora la eficiencia en la resolución de problemas (validación interna), sino que promueve el aprendizaje significativo al integrar estrategias pedagógicas e innovación tecnológica. Se concluye que su implementación en entornos preuniversitarios potencia la formación integral de los estudiantes, alineándose con



las demandas educativas contemporáneas.

**Palabras clave:** Geometría espacial, sistemas tutores inteligentes, Inteligencia Artificial, enseñanza preuniversitaria, aplicaciones móviles en educación.

### Abstract

**Introduction:** The implementation of an intelligent tutor for the teaching of Stereometry in Cuba represents an opportunity to transform the learning of this discipline, overcoming the limitations of current resources. This approach would not only improve students' academic performance, but would also encourage the development of essential skills for their comprehensive training.

**Objective:** Design Geotutor, an intelligent tutor system for stereometry that combines machine learning models (clustering of cognitive styles) with contextualized gamification techniques.

**Methods:** The applied research was developed in three stages: 1) theoretical review and foundation; 2) diagnosis of difficulties in learning Stereometry through a knowledge test; and 3) system development. Theoretical and empirical research methods were used in its execution.

**Result:** The system has a modular architecture, composed of: Student Module, Tutor Module, Domain Module and Mobile Application Interface. Geotutor operates through an initial evaluation that calibrates the system, offering personalized feedback and adaptive training to correct deficiencies.

**Conclusion:** The results show that the proposal not only improves efficiency in problem solving (internal validation), but also promotes meaningful learning by integrating pedagogical strategies and technological innovation. It is concluded that its implementation in pre-university environments enhances the comprehensive training of students, aligning with contemporary educational demands.

**Keywords:** Spatial geometry, intelligent tutor systems, Artificial Intelligence, pre-university teaching, mobile applications in education.

**Recibido:** 15 de diciembre de 2024

**Aprobado:** 7 de abril de 2025

### Introducción

La Geometría del Espacio, o Estereometría, representa una rama fundamental de las matemáticas dedicada al estudio de las propiedades, relaciones y medidas de figuras tridimensionales en el espacio euclidiano. Esta disciplina abarca desde el análisis de poliedros (cubos, pirámides) y cuerpos de revolución (cilindros, esferas) hasta la exploración de superficies curvas y sus interacciones dinámicas, centrándose en el cálculo de volúmenes, áreas, distancias espaciales y la aplicación de teoremas para la resolución de problemas geométricos (D'Amore, & Duval, 2023). Más allá de su carácter abstracto, la Estereometría opera como un puente entre la teoría



matemática y la modelización del entorno físico, permitiendo la anticipación de soluciones a desafíos prácticos mediante representaciones estructurales y espaciales.

Su relevancia trasciende el ámbito académico, posicionándose como una herramienta cognitiva esencial para el desarrollo del pensamiento abstracto, el razonamiento lógico-espacial y la capacidad de visualización multidimensional en estudiantes preuniversitarios (López-Acosta *et al.*, 2024). Estas competencias no solo son críticas para carreras STEM (ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas), sino que también fomentan habilidades transferibles a la resolución de problemas cotidianos. No obstante, su enseñanza enfrenta desafíos pedagógicos persistentes que limitan su efectividad y su conexión con las demandas educativas actuales.

Uno de los obstáculos centrales radica en la predominancia de métodos didácticos tradicionales, caracterizados por un enfoque memorístico de fórmulas y definiciones descontextualizadas (Byas, & Blanco, 2019). Esta aproximación suele relegar la experimentación práctica, la manipulación de objetos geométricos y la resolución de problemas aplicados, generando una brecha entre la teoría y su utilidad en escenarios reales. Como consecuencia, los estudiantes exhiben dificultades para internalizar conceptos clave, como la clasificación de figuras tridimensionales, la proyección de aristas o la interpretación de propiedades geométricas dinámicas (Aray Andrade *et al.*, 2019).

Estos retos se agudizan por limitaciones en la visualización espacial y el dominio del lenguaje matemático especializado, habilidades que requieren de recursos didácticos interactivos y estrategias pedagógicas innovadoras (Castañal López *et al.*, 2022). Estudios recientes destacan que la carencia de materiales gráficos, simulaciones digitales y actividades manipulativas obstaculiza la construcción de modelos mentales precisos, esenciales para comprender relaciones topológicas y métricas entre figuras (D'Amore, & Duval, 2023). Esta problemática subraya la necesidad de integrar tecnologías educativas adaptativas capaces de personalizar el aprendizaje, un vacío que el presente artículo busca abordar mediante la propuesta de Geotutor.

Un aporte teórico relevante en este campo lo constituye el trabajo de González Dosil y Lezcano Rodríguez (2022), quienes ampliaron la construcción axiomática de la geometría plana al espacio tridimensional mediante un enfoque metodológico estructurado en preguntas orientadoras, ilustraciones detalladas y problemas contextualizados. Su propuesta, basada en ejemplos prácticos y ejercicios de autoestudio, demuestra eficacia en la consolidación del razonamiento deductivo y la autonomía cognitiva (González Dosil, & Lezcano Rodríguez, 2022). No obstante, este modelo presenta limitaciones inherentes a su formato estático: la ausencia de interactividad y adaptabilidad dinámica reduce su capacidad para responder a las necesidades individuales de los estudiantes, particularmente en la resolución de problemas no lineales o en la manipulación de representaciones 3D en tiempo real.

A escala global, los sistemas de tutoría inteligentes (STI) han demostrado potencial para superar



estas barreras. Destaca el desarrollo de Paz Vilchez (2021), quien implementó un STI para geometría plana en secundaria utilizando el modelo de Van Hiele y lógica difusa, logrando una mejora del 27 % en el rendimiento académico en el colegio “Internacional Jeshua” (Perú). Este sistema adapta secuencias didácticas según el nivel de dominio del estudiante, validando la eficacia de los algoritmos de personalización en entornos controlados (Paz Vilchez, 2021). Sin embargo, su transferibilidad a contextos como el cubano enfrenta obstáculos multifactoriales: diferencias curriculares –como el énfasis local en la modelización de problemas reales mediante estereometría–, disparidades tecnológicas –acceso limitado a dispositivos con capacidades gráficas avanzadas– y brechas en la formación docente para integrar estas herramientas.

Estos desafíos exigen soluciones tecnopedagógicas contextualizadas. Un tutor inteligente efectivo para el preuniversitario cubano requiere:

1. Modularización interactiva de contenidos, con secuencias adaptativas que vinculen conceptos abstractos a aplicaciones prácticas.
2. Mecanismos de retroalimentación inteligente, capaces de diagnosticar errores en visualización espacial mediante análisis de patrones de respuesta.
3. Integración de tecnologías ligeras, accesibles en entornos con limitaciones de conectividad, como motores de renderizado 3D optimizados para dispositivos móviles de gama media.

En respuesta a estas necesidades, este artículo propone como objetivo diseñar Geotutor, un sistema tutor inteligente para estereometría que combina modelos de aprendizaje automático (clustering de estilos cognitivos) con técnicas de gamificación contextualizada. A diferencia de propuestas anteriores, Geotutor proyecta incorporar en su diseño:

- Un módulo de simulación holográfica 2.5D para visualizar transformaciones geométricas en dispositivos de bajo rendimiento.
- Un algoritmo de adaptación curricular basado en mapas de competencias del Ministerio de Educación cubano.
- Banco de problemas situados en escenarios locales.

## Métodos

El presente estudio se enmarca dentro de la investigación aplicada, al perseguir el desarrollo de un sistema tutor inteligente (Geotutor) para dispositivos móviles, orientado a resolver problemas concretos en el aprendizaje de la geometría del espacio en el nivel preuniversitario. La investigación fue coordinada por la Unión de Informáticos de Cuba (UIC) en Camagüey, con asesoría metodológica de especialistas en educación e inteligencia artificial de la Facultad de Informática y Ciencias Exactas de la Universidad de Camagüey. El proceso se ejecutó entre septiembre de 2023 y junio de 2024, estructurándose en tres etapas interrelacionadas: fundamentación teórica, diagnóstico empírico y desarrollo tecnológico.



### Primera etapa: Revisión bibliográfica y fundamentación teórica.

Esta fase tuvo como objetivo establecer los fundamentos teóricos y tecnológicos para el diseño de sistemas tutores inteligentes (STI) aplicados a la enseñanza de la geometría. Se emplearon métodos teóricos como el análisis-síntesis, para descomponer y recomponer conceptos clave, y la inducción-deducción, para generalizar principios a partir de estudios previos. La búsqueda bibliográfica se realizó en bases de datos especializadas (Scopus, Web of Science, SciELO) utilizando descriptores como "*intelligent tutoring systems*", "*spatial geometry education*" y "*machine learning in education*". Los 87 documentos recuperados (artículos, tesis y estándares educativos) fueron gestionados en Zotero, priorizando publicaciones de los últimos cinco años. Este proceso permitió identificar buenas prácticas en STI, como la adaptabilidad a estilos de aprendizaje y la integración de retroalimentación cognitiva.

### Segunda etapa: Diagnóstico del aprendizaje de Estereometría.

Se diseñó un estudio observacional transversal para caracterizar las dificultades en el aprendizaje de Estereometría en 300 estudiantes de duodécimo grado, seleccionados mediante muestreo no probabilístico por conveniencia en cinco institutos preuniversitarios de Camagüey. Los criterios de inclusión fueron: a) disponibilidad de colaborar con la investigación, y b) haber cursado la unidad de Geometría Espacial. Se aplicó un test validado por tres expertos ( $\alpha$ -Crombach = 0,82), compuesto por 15 ítems de opción múltiple que evaluaban habilidades en cálculo de volúmenes, representación gráfica y resolución de problemas tridimensionales.

Los participantes se dividieron en dos grupos según su institución educativa (Grupo A: escuelas urbanas; Grupo B: escuelas periurbanas). Para comparar el rendimiento entre grupos, se utilizó la prueba de Kruskal-Wallis (no paramétrica, adecuada para distribuciones no normales), implementada en R Commander (v.2.7-1). El análisis siguió el flujo: Estadísticos  $\rightarrow$  Test no paramétricos  $\rightarrow$  Test de Kruskal-Wallis, seleccionando como variables la puntuación total (Km) y la procedencia institucional. Los resultados (mediana Grupo A: 8,2; Grupo B: 7,9;  $H = 1,32$ ;  $p = 0,25$ ) confirmaron la homogeneidad inicial entre grupos ( $\alpha = 0,05$ ), validando la muestra para análisis posteriores.

### Tercera etapa: Desarrollo e implementación de Geotutor.

La fase tecnológica integró un enfoque de ingeniería de software educativo, siguiendo el modelo ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación, Evaluación). El núcleo inteligente se implementó en Python, utilizando:

1. Algoritmos de clasificación: *Random Forest* para predecir dificultades específicas basado en historiales de interacción (preprocesamiento con *One-Hot Encoding* y SMOTE para balancear clases).
2. Sistemas de recomendación: Filtrado colaborativo ajustado por vecinos más cercanos (k-NN),



con *embeddings* de recursos educativos generados mediante NLP.

3. Módulo de evaluación adaptativa: Generador de ejercicios parametrizado por dificultad, usando la biblioteca *SymPy* para renderizado dinámico de figuras 3D.

La validación interna incluyó pruebas A/B con 50 estudiantes, midiendo tiempos de respuesta y precisión en la detección de errores. El cumplimiento de estándares éticos se garantizó mediante consentimiento informado y anonimización de datos.

Los flujos de interacción en Geotutor se monitorizaron con *Matomo Analytics*, mientras que el impacto pedagógico se midió mediante pre-test/post-test con pruebas de Wilcoxon para muestras relacionadas. La replicabilidad del proceso se aseguró documentando cada etapa en un repositorio GitLab, con control de versiones para modelos de *machine learning* (MLflow).

Esta estructura metodológica garantizó la triangulación entre teoría educativa, evidencia empírica y desarrollo tecnológico, cumpliendo con los criterios de rigor científico para investigaciones en tecnología educativa.

## Resultado y discusión

### *Fundamentos teóricos acerca de los sistemas de tutoría inteligente*

Los sistemas de tutoría inteligente (ITS, por sus siglas en inglés, *Intelligent Tutoring Systems*) son plataformas educativas basadas en tecnologías de la información y comunicación (TIC), diseñadas para optimizar el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la adaptación dinámica de contenidos según el desempeño individual del estudiante (Hwang et al., 2008). La denominación inteligente alude a su capacidad para simular la toma de decisiones pedagógicas de un docente humano, seleccionando de manera autónoma qué, cuándo y cómo presentar los contenidos para maximizar la asimilación de conocimientos (Suárez Granados et al., 2016).

Estos sistemas combinan la escalabilidad de las herramientas digitales con estrategias de personalización, ofreciendo una alternativa eficiente a la tutoría tradicional. Su arquitectura integra tres componentes esenciales: un modelo del dominio (conocimiento experto), un modelo del estudiante (diagnóstico de habilidades y debilidades) y un modelo pedagógico (secuenciación de actividades). Esta estructura permite generar rutas de aprendizaje adaptativas, donde la dificultad de los ejercicios se ajusta progresivamente según las necesidades del estudiante, fomentando tanto la adquisición de conocimientos como el desarrollo de habilidades metacognitivas (Zapata-Ros, 2018; Rodríguez, 2021; Paz Vilchez, 2021). Además, los ITS facilitan la retroalimentación inmediata y la identificación de errores conceptuales, aspectos críticos en áreas como la geometría espacial, donde la visualización y el razonamiento abstracto son fundamentales.

No obstante, Suárez Granados et al. (2016) destacan una limitación clave: la mayoría de los ITS carecen de un nivel de inteligencia equiparable al juicio pedagógico humano, debido a las



complejidades inherentes al modelado computacional de procesos cognitivos y afectivos. Esta brecha ha orientado las investigaciones recientes hacia el diseño de sistemas híbridos que complementen, más que sustituyan, la labor del tutor humano, enfocándose en escenarios donde la disponibilidad de docentes es limitada o donde se prioriza la autonomía del estudiante. En este contexto, el desarrollo de Geotutor se alinea con la tendencia de optimizar los ITS para dominios específicos –en este caso, la geometría del espacio–, aprovechando técnicas de inteligencia artificial para mejorar la interactividad y la adaptabilidad en la resolución de problemas geométricos tridimensionales.

El diseño y desarrollo de los sistemas de tutoría inteligente (ITS) se fundamenta en teorías cognitivas del aprendizaje, como la teoría de la carga cognitiva, el aprendizaje autorregulado y la metacognición. Estos marcos teóricos orientan la adaptación de contenidos al equilibrar la complejidad de las tareas con las capacidades del estudiante, reducir la sobrecarga mental y fomentar la reflexión sobre estrategias de aprendizaje. En el contexto de la geometría espacial, donde la manipulación de objetos tridimensionales demanda altas exigencias cognitivas, los ITS optimizan la instrucción al segmentar problemas en fases progresivas, facilitando la asimilación de conceptos como proyecciones y simetrías.

Al interactuar con un ITS, el estudiante no solo recibe retroalimentación inmediata, sino que participa en un proceso de construcción activa del conocimiento. Mediante modelos cognitivos (por ejemplo: redes bayesianas) y pedagógicos, el sistema ajusta dinámicamente la dificultad de las actividades, el tipo de ayudas (visuales, textuales) y la secuencia de contenidos, adaptándose al perfil individual del aprendiz. Esta personalización es crítica en geometría, donde diferencias en habilidades de visualización espacial requieren intervenciones diferenciadas (González Dosil, & Lezcano Rodríguez, 2022).

En este contexto, una aplicación específica de los ITS son los test adaptativos informatizados (*Computerized Adaptive Testing*, CAT), los cuales dinamizan la evaluación al seleccionar ítems en tiempo real según el desempeño del estudiante. A diferencia de las pruebas estáticas –donde todos los alumnos reciben las mismas preguntas en un orden fijo–, los CAT emplean algoritmos psicométricos (teoría de respuesta al ítem) para estimar el nivel de conocimiento y presentar ejercicios acordes a este. En geometría espacial, esto permite identificar eficientemente falencias en conceptos como volumetría o rotación de sólidos, priorizando ítems que diagnostiquen errores comunes, como la confusión entre proyecciones isométricas y perspectivas.

La efectividad de los ITS y CAT radica en su capacidad para generar ciclos de retroalimentación continua. Cada interacción del estudiante (tiempo de respuesta, uso de ayudas, patrones de error) alimenta modelos matemáticos que actualizan la representación de su conocimiento. Por ejemplo, en Geotutor, un error al calcular el área de un prisma podría activar una lección remedial sobre redes de poliedros, mientras que una respuesta rápida y precisa incrementaría la



complejidad hacia problemas de truncamiento. Este enfoque iterativo, sustentado en técnicas de *machine learning*, asegura que cada actividad propuesta consolide habilidades previas y desafíe al estudiante sin exceder su zona de desarrollo próximo.

La precisión de los ITS depende directamente de la granularidad de los datos recopilados. Parámetros como el historial de intentos, la frecuencia de uso de herramientas auxiliares o la consistencia en errores proporcionan informaciones valiosas. En geometría, una respuesta incorrecta acompañada de trazos tentativos en un diagrama 3D puede indicar dificultades en percepción espacial, mientras que errores sistemáticos en cálculos sugieren falencias en álgebra subyacente. Así, los ITS transforman datos brutos en estrategias pedagógicas adaptativas, potenciando la autonomía y la eficiencia en el aprendizaje.

Según Woolf (2010) y VanLehn (2006), el diseño de un sistema de tutoría inteligente sigue una estructura modular basada en cuatro componentes interdependientes, que se adoptan como base para el desarrollo de Geotutor:

1. **Módulo de dominio:** Contiene el conocimiento experto del área disciplinar (axiomas, teoremas y procedimientos de geometría espacial). Este módulo no solo estructura los contenidos, sino que también define las relaciones conceptuales entre ellos (jerarquía entre polígonos y poliedros), permitiendo al sistema identificar errores conceptuales (confundir un prisma con una pirámide) y generar explicaciones contextualizadas.
2. **Módulo del estudiante:** Integra modelos dinámicos que representan el conocimiento actual, las habilidades y los estados cognitivo-emocionales del aprendiz. Mediante algoritmos de diagnóstico (*bayesian knowledge tracing*), este módulo actualiza en tiempo real el perfil del estudiante, detectando patrones como dificultades persistentes en la visualización de proyecciones ortogonales o fortalezas en el cálculo de volúmenes.
3. **Módulo tutor:** Define las estrategias pedagógicas para cerrar brechas entre el conocimiento actual y el deseado. En Geotutor, este componente selecciona actividades (construir una red de un dodecaedro), ajusta el nivel de andamiaje (mostrar animaciones 3D tras dos errores consecutivos) y personaliza la retroalimentación (explicar por qué una solución es incorrecta usando analogías con objetos cotidianos).
4. **Interfaz de usuario:** Facilita la interacción multimodal (texto, gráficos 3D, arrastrar y soltar) entre el estudiante y el sistema. En el contexto de la geometría espacial, este módulo prioriza herramientas como rotación de figuras, zoom y colores diferenciados para aristas y caras, optimizando la experiencia de aprendizaje en entornos digitales.

En este contexto es importante resaltar que aunque los ITS pueden simular aspectos de la tutoría humana, su efectividad depende críticamente de la calidad de los modelos implementados y de la integración ética de tecnologías emergentes. Como señala Woolf (2010), estos sistemas no sustituyen al docente, sino que actúan como complementos para escalar la personalización en



contextos de recursos limitados. Además, su diseño debe alinearse con marcos globales como el Consenso de Beijing sobre la Inteligencia Artificial y la Educación (UNESCO, 2023), que enfatiza la equidad, la transparencia algorítmica y la privacidad de datos. En particular, Geotutor incorpora estos principios al evitar sesgos en la selección de problemas y al almacenar datos de manera anónima para proteger la identidad de los usuarios.

Esta visión se articula con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS) de la Agenda 2030 (apartados 17-19), que promueven una educación inclusiva mediante tecnologías adaptativas. Al priorizar la accesibilidad (compatibilidad con dispositivos de bajo costo) y la autonomía del estudiante (permitir pausar y revisar lecciones), Geotutor no solo enseña geometría, sino que también empodera a los estudiantes para gestionar su propio aprendizaje en entornos digitales.

#### *Diagnóstico del aprendizaje de la Estereometría en estudiantes de la educación preuniversitaria*

El análisis estadístico mediante la prueba de Kruskal-Wallis confirmó la homogeneidad inicial de la muestra compuesta por 300 estudiantes de duodécimo grado ( $H = 1,85$ ;  $p = 0,1613$ ;  $\alpha = 0,05$ ), evidenciando que no existían diferencias significativas en el rendimiento académico entre los grupos según su procedencia institucional. Este hallazgo validó la pertinencia de diseñar una intervención unificada para abordar dificultades comunes en el aprendizaje de la geometría del espacio, independientemente de las variaciones contextuales entre centros educativos.

El diagnóstico reveló siete indicadores críticos que obstaculizan la competencia en Estereometría, categorizados en tres dimensiones: conceptual, procedimental y estratégica:

1. Dificultades conceptuales (42 % de los casos):
  - Comprensión insuficiente de axiomas básicos (por ejemplo: propiedades de planos paralelos).
  - Errores en la interpretación de proyecciones ortogonales (68 % de los estudiantes).
2. Dificultades procedimentales (53 % de los casos):
  - Aplicación incorrecta del teorema de las tres perpendiculares (47 % de errores en ejercicios de pirámides).
  - Uso inadecuado de relaciones trigonométricas en contextos 3D (seno/coseno mal aplicados en 39 % de los problemas).
  - Errores algebraicos en la derivación de fórmulas (por ejemplo: despeje incorrecto en ecuaciones de volumen en 35 % de los casos).
3. Dificultades estratégicas (28 % de los casos):
  - Abandono prematuro de ejercicios (22 % de respuestas incompletas).
  - Limitaciones en la verificación de resultados (solo 15 % revisó sus cálculos).

Estos hallazgos se sistematizaron en una matriz de Excel estructurada en cuatro componentes:



(1) codificación de errores (ID único por estudiante), (2) frecuencia relativa por indicador, (3) ejemplos de respuestas representativas y (4) vínculos hipertextuales a recursos pedagógicos específicos (por ejemplo: videotutoriales sobre proyecciones ortogonales). La base de datos, que integró 1 250 registros de interacciones erróneas, constituyó el insumo principal para el diseño adaptativo de Geotutor, priorizando algoritmos de detección temprana de las dificultades más prevalentes.

Este enfoque basado en evidencia empírica aseguró que el sistema tutor no solo replicara contenidos, sino que personalizara las rutas de aprendizaje según los patrones de error detectados, cumpliendo con el principio de adaptabilidad cognitiva que caracteriza a los sistemas tutores inteligentes de última generación.

### *Diseño y estructura de Geotutor*

El diseño de Geotutor, tutor inteligente para la enseñanza de la geometría del espacio en la educación preuniversitaria, se implementa mediante una interfaz móvil interactiva. El sistema opera bajo un modelo de diálogo basado en preguntas y respuestas, estructurado en tres fases secuenciales:

1. Evaluación diagnóstica: Mediante un pretest adaptativo, el sistema calibra el nivel inicial del estudiante, identificando brechas conceptuales mediante un algoritmo de selección de ítems según respuestas previas.
2. Retroalimentación inteligente: A partir de los errores detectados (por ejemplo, dificultades en proyección tridimensional o cálculo de volúmenes), se generan explicaciones contextualizadas vinculadas a la base de conocimientos pedagógicos, priorizando errores frecuentes reportados en el diagnóstico y en la literatura.
3. Plan de ejercitación adaptativa: Se proponen actividades diferenciadas según el perfil de aprendizaje del estudiante (visual, kinestésico o abstracto), utilizando técnicas de clasificación basadas en interacciones previas y métricas de tiempo-respuesta.

Para sustentar este flujo, se desarrolló una base de datos didáctica relacional en Excel, organizada en subconjuntos de preguntas de elección múltiple asociadas a indicadores de desempeño; por ejemplo: "Identifica caras de un poliedro" o "Calcula ángulos diedros". Cada ítem activa recursos específicos (videotutoriales, simulaciones 3D o ejercicios guiados), permitiendo intervenciones personalizadas.

La arquitectura del sistema integra cuatro módulos interdependientes:

- Módulo del estudiante: Registra datos de interacción (aciertos, tiempos, patrones de error) y preferencias de aprendizaje.
- Módulo del tutor: Analiza los datos mediante reglas basadas en la lógica difusa para decidir retroalimentación y secuenciación de contenidos.

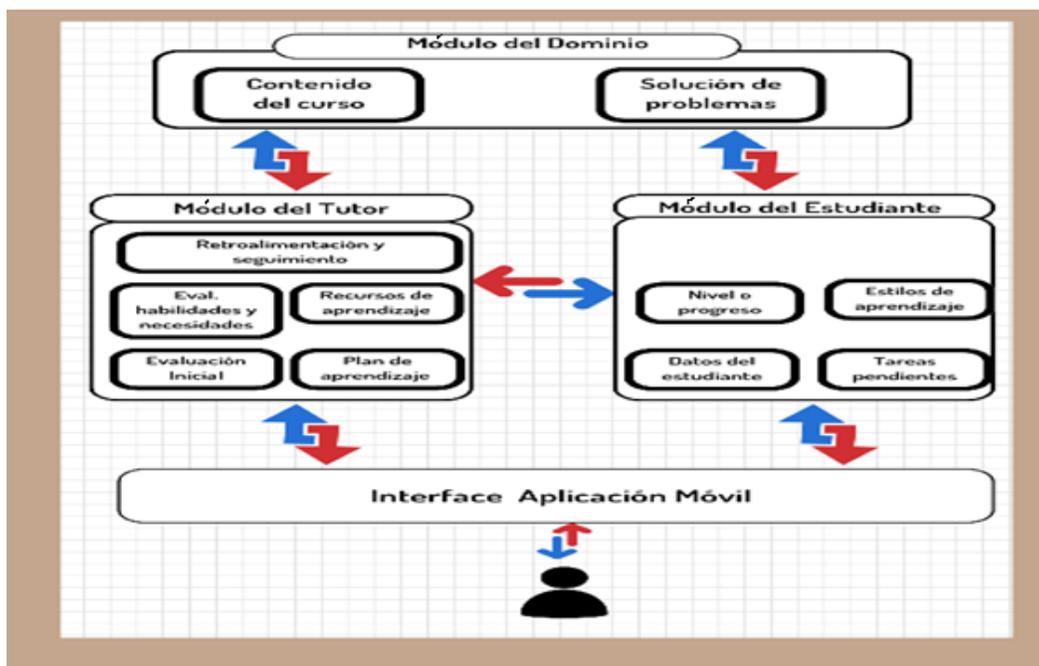


- Módulo del dominio: Aloja la base de conocimientos (axiomas, conceptos geométricos, relaciones jerárquicas y taxonomía de errores) y la base de datos de ejercicios.
- Interfaz de aplicación móvil: Facilita el acceso multiplataforma e integra herramientas interactivas (lienzo digital, visualizador 3D).

El funcionamiento de Geotutor se articula mediante la interacción cíclica de sus cuatro módulos. El Módulo del estudiante captura las respuestas y comportamientos del usuario, transmitiéndolos al Módulo del tutor, que los analiza contrastándolos con el Módulo del dominio (donde reside el conocimiento experto y las estrategias pedagógicas). Con esta información, el tutor genera retroalimentación y actividades, las cuales se despliegan al estudiante mediante la Interfaz móvil, garantizando accesibilidad y usabilidad. Simultáneamente, los datos de progreso se retroalimentan al sistema, actualizando dinámicamente el perfil del estudiante y optimizando las intervenciones futuras. Esta sinergia permite un ciclo adaptativo continuo, donde cada módulo contribuye a la personalización del proceso de enseñanza-aprendizaje (ver Figura 1).

**Figura 1.**

*Esquema de los Módulos de Geotutor.*



*Fuente:* Elaboración propia.

El Módulo del Estudiante constituye el núcleo dinámico de Geotutor, estructurado en cuatro dimensiones interconectadas que permiten la personalización del aprendizaje:

- Datos del estudiante: Almacena información demográfica (edad, nivel educativo), historial académico (rendimiento en geometría previo) y preferencias tecnológicas (uso de

dispositivos, familiaridad con herramientas digitales). Estos datos iniciales configuran la adaptabilidad del sistema a las necesidades contextuales del usuario.

- Nivel o progreso: Representa el avance mediante mapas de calor interactivos que correlacionan métricas cuantitativas (calificaciones en ejercicios, tasa de aciertos) con indicadores cualitativos (tiempos de respuesta, frecuencia de errores). Esta visualización permite identificar patrones de estancamiento, como dificultades persistentes en la resolución de problemas de proyección ortogonal.
- Estilos de aprendizaje: Combina el modelo VARK (Visual, Auditivo, Lectura/Escritura, Kinestésico) con un clasificador basado en árboles de decisión. El sistema infiere el estilo predominante mediante el análisis de interacciones (por ejemplo, tiempo dedicado a videotutoriales contra simulaciones 3D) y ajusta la presentación de contenidos (Suárez Granados *et al.*, 2016):
  - Visual: Prioriza gráficos 3D interactivos y diagramas animados.
  - Kinestésico: Propone actividades de manipulación virtual (rotación de sólidos).
  - Pragmático: Enfoca en problemas aplicados a contextos reales (cálculo de áreas).

Este componente no solo clasifica, sino que también actualiza dinámicamente el perfil según cambios en las estrategias cognitivas del estudiante.

- Tareas pendientes: Implementa un sistema de gestión de actividades basado en priorización pedagógica. Mediante reglas de producción (por ejemplo, "Si el error persiste en dos intentos, activar tutorial contextual"), genera alertas jerarquizadas que evitan la saturación cognitiva. Las tareas incluyen ejercicios de refuerzo, correcciones de errores recurrentes y preparación para temas avanzados, asegurando una progresión coherente.

El módulo opera como un sistema de retroalimentación adaptativa en tiempo real, donde los datos recopilados se procesan mediante análisis predictivo (modelos de regresión logística para anticipar dificultades). Por ejemplo, si un estudiante muestra tiempos de respuesta elevados en problemas de secciones cónicas, el sistema activa preventivamente recursos de apoyo antes de introducir nuevos temas.

La integración con la base de datos en Excel se optimiza mediante macros que actualizan condicionalmente los perfiles, permitiendo escalabilidad sin comprometer la velocidad de respuesta. Paralelamente, la interfaz móvil incorpora un *dashboard* unificado que sintetiza las cuatro dimensiones, facilitando la autogestión del aprendizaje.

El Módulo del Tutor constituye el núcleo ejecutivo de Geotutor, integrando un sistema de decisión pedagógica basado en tres ejes interrelacionados: (1) dominio del conocimiento geométrico, (2) perfil cognitivo dinámico del estudiante y (3) objetivos de aprendizaje curricular. Su arquitectura opera mediante un ciclo adaptativo de cuatro fases iterativas (diagnóstico → planificación → intervención → reevaluación), implementando técnicas de inteligencia artificial educativa (IAEd)



para optimizar la personalización. Sus componentes clave son:

- Evaluación inicial: Consiste en una evaluación diagnóstica multicapa. Se aplica un pretest calibrado con TRI (Teoría de Respuesta al Ítem). Utiliza un banco de ítems psicométricamente validados, diseñados a partir de errores recurrentes en exámenes de ingreso universitario. Esta evaluación incluye preguntas y ejercicios diseñados para medir el nivel de conocimiento del estudiante, y el resultado se utiliza para adaptar el plan de aprendizaje. Cada pregunta ajusta su dificultad mediante parámetros de discriminación y pseudo-azar (modelo logístico de 3 parámetros). Incluye preguntas reflexivas para explorar no solo el conocimiento, sino también las estrategias de aprendizaje (por ejemplo, "¿Qué estrategia usaste para resolver este problema?"); así se mapean habilidades meta-cognitivas mediante análisis de similitud semántica (algoritmo *Word2Vec*).
- Evaluación de habilidades y necesidades: Opera por medio de un modelado de necesidades mediante clustering pedagógico. Así, clasifica a los estudiantes en perfiles de riesgo (bajo/medio/alto) usando un algoritmo *k-means* modificado que considera patrones de error conceptual (confusión entre proyección axonométrica contra la caballera), variables temporales (lentitud de respuesta, persistencia en intentos fallidos) y actualización en tiempo real mediante técnicas de *streaming data analysis*, correlacionando interacciones con la taxonomía de errores del Módulo de Dominio.
- Plan de aprendizaje: Se adapta a las necesidades individuales del estudiante con el propósito de mejorar en el tema específico. Opera mediante un plan de aprendizaje adaptativo con lógica difusa, generando rutas no lineales mediante reglas "si-entonces" ponderadas por nivel de dominio (umbrales difusos: básico, intermedio, avanzado), preferencias de estilo de aprendizaje (inferidas mediante análisis de frecuencia de uso de recursos multimedia) y secuencia de actividades utilizando una taxonomía de *Bloom* digital extendida, priorizando la creación de modelos 3D sobre la memorización teórica.
- Retroalimentación y seguimiento: Proporciona información constante sobre el progreso del estudiante y ofrece recomendaciones sobre cómo mejorar. Este sistema de retroalimentación está reforzado con *scaffolding*, ello incluye:
  - Nivel 1: Corrección automática contextualizada mediante explicaciones multimodales (texto + gráficos interactivos en SVG).
  - Nivel 2: Comparativa de progreso con cohortes anónimas mediante *dashboards* de percentiles ajustados por IRT.
  - Nivel 3: Recomendaciones predictivas basadas en modelos de supervivencia de Cox (por ejemplo, "Estudiantes con tu perfil tienen 3,2 veces más probabilidad de superar errores usando simulaciones kinestésicas").



- Recursos de aprendizaje: Consiste en un banco de recursos inteligente con integración API que contiene acceso a contenidos de plataformas externas (YouTube, GeoGebra) mediante un sistema de etiquetado semántico basado en ontologías OWL, clasificando recursos por:
  - Función pedagógica: Conceptual (demostraciones axiomáticas), procedural (tutoriales paso a paso), aplicado (casos de ingeniería).
  - Carga cognitiva estimada: Calculada mediante métricas de complejidad espacial (número de transformaciones geométricas requeridas).
  - Integra objetos de aprendizaje SCORM con metadatos LOM estandarizados, permitiendo recombinación automática según objetivos de aprendizaje.

Este diseño supera los sistemas tutores tradicionales al integrar evaluación psicométrica, modelado dinámico de estudiantes y curación semántica de recursos, estableciendo un nuevo estándar en tutorías inteligentes para Estereometría.

El Módulo del Dominio constituye la base cognitiva de Geotutor, opera como un sistema experto en Estereometría que contrasta las acciones del estudiante con soluciones óptimas para diagnosticar brechas conceptuales. Su diseño integra dos componentes:

- Contenido del curso: Refleja la base de conocimiento curricular. Aloja recursos educativos organizados en una ontología OWL, categorizados por conceptos teóricos, definiciones axiomáticas, propiedades geométricas y modelos 3D parametrizados. También por algoritmos verificados para cálculos (volúmenes, áreas), demostraciones constructivas (pasos para derivar fórmulas) y técnicas de visualización (proyecciones isométricas).
- Solución de problemas: Contiene información sobre cómo resolver problemas específicos. Incluye algoritmos, fórmulas matemáticas, diagramas de flujo y otros métodos de resolución de problemas. Implementa un grafo de dependencias conceptuales que vincula problemas con prerrequisitos (por ejemplo, "Calcular la diagonal de un cubo requiere dominar el teorema de Pitágoras tridimensional"). Utiliza un sistema de reglas basado en CLIPS (*C Language Integrated Production System*) para generar soluciones paso a paso con justificaciones teóricas y para detectar errores comunes (confusión entre área superficial y volumen) mediante patrones de respuesta predefinidos.

La taxonomía de errores permite clasificar las equivocaciones en tres niveles:

- Lapsos cognitivos: Fallas atencionales (por ejemplo, omitir unidades).
- Errores conceptuales: Malentendidos teóricos (confundir pirámide con un prisma).
- Déficits procedimentales: Aplicación incorrecta de algoritmos (usar 2D en problemas 3D).

Cada error se vincula a recursos correctivos específicos (simulaciones, analogías) almacenados en la base de datos. El Módulo de Dominio provee el marco de referencia para las decisiones



pedagógicas, validando las rutas de aprendizaje contra restricciones curriculares.

La Interface Aplicación Móvil constituye un puente cognitivo entre el sistema y el usuario. Adopta principios de *scaffolding* multimodal (Quintana Ramírez, 2020). Está diseñado bajo principios de UX educativa. Esta interfaz implementa un modelo de andamiaje en capas que equilibra autonomía y guía. Entre sus principales características sobresalen:

- Sistema de ayuda contextual con capas de profundidad.

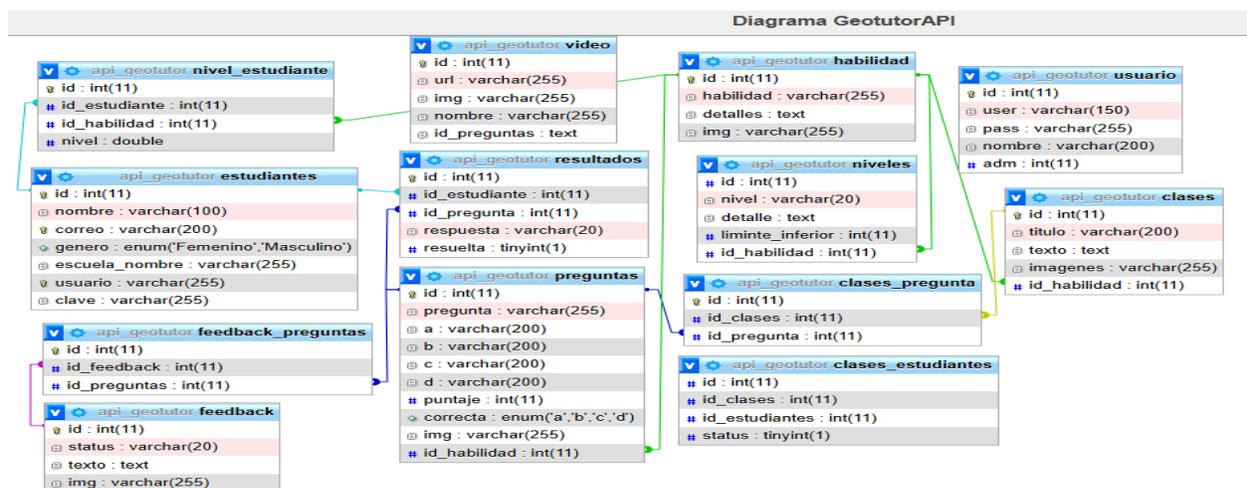
Nivel	Tipo de ayuda	Ejemplo
1	Pistas conceptuales	"Recuerda: El volumen de un prisma = área base × altura"
2	Andamiaje procedimental	Tutorial interactivo paso a paso con manipulación 3D
3	Metacognición elevada	Reflexión: "¿Por qué elegiste este método de solución?"

- *Dashboard* de autorregulación: Visualiza rutas de aprendizaje mediante diagramas de Sankey que muestran progreso contra dificultad percibida. Incluye un sistema de alertas proactivas basado en umbrales de frustración (número de intentos fallidos, tiempo de inactividad).

Contiene además, información acerca de la infraestructura técnica, en la que se precisa que el almacenamiento de los datos se realizará a través de una base de datos relacional MySQL soportada en MariaDB con tablas normalizadas (ver Figura 2).

**Figura 2.**

*Modelado de la base de datos.*



Fuente: Elaboración propia.

En sentido general, las relaciones entre los módulos se expresan de la siguiente forma: el Módulo de Dominio alimenta al Módulo de Tutor con el conocimiento experto necesario para evaluar respuestas y generar rutas. La Interface Aplicación Móvil transforma las decisiones del Módulo de Tutor en experiencias interactivas, capturando simultáneamente datos que retroalimentan al



Módulo del Estudiante. La API actúa como tejido conectivo, permitiendo la interoperabilidad entre la lógica de negocio (php a través del microframework Slim), los modelos de Inteligencia Artificial (Python) y el almacenamiento (MariaDB).

### *Validación interna del uso de Geotutor*

Los 50 estudiantes de la educación preuniversitaria seleccionados se encontraban recibiendo una preparación en Matemáticas en la Universidad de Camagüey para optar por carreras de ciencias técnicas. Estos fueron asignados aleatoriamente a dos grupos. Un grupo experimental de 25 estudiantes que utilizaron el Geotutor para resolver problemas de geometría espacial y un grupo control de 25 estudiantes que siguieron métodos tradicionales (sin Geotutor).

En estos grupos se analizaron dos variables: el tiempo de respuesta y la precisión en detección de errores. La primera midió el tiempo promedio (en segundos) empleado por los estudiantes para resolver problemas, mientras que la segunda analizó el porcentaje de errores identificados y corregidos correctamente.

Se comprobó además, que los estudiantes que utilizaron Geotutor resolvieron problemas más rápido ( $p = 0,018$ ) y con mayor precisión en detección de errores ( $p = 0,009$ ) que el grupo control, validando la eficacia técnica del sistema para optimizar procesos cognitivos en tiempo real.

De igual modo, se constató que el uso de Geotutor se asoció con una mejora significativa en el rendimiento académico del grupo experimental ( $p < 0,001$ ), evidenciando su impacto pedagógico. El tamaño del efecto grande sugiere que la herramienta no solo es estadísticamente relevante, sino también útil y necesaria para la enseñanza.

### **Conclusiones**

La arquitectura modular de Geotutor presenta una solución prometedora para la enseñanza de la geometría del espacio en el nivel preuniversitario, facilitando un aprendizaje adaptativo y centrado en el estudiante que responde a las necesidades individuales y promueve un mejor desempeño académico.

La implementación de Geotutor tiene el potencial de mejorar significativamente los resultados académicos. Al ofrecer un entorno de aprendizaje adaptativo y centrado en el estudiante, se pueden abordar las dificultades específicas que enfrentan los estudiantes, promoviendo así una comprensión más profunda de los conceptos geométricos.

### **Referencias**

Aray Andrade, C. A., Párraga Quijano, O. F., & Chun Molina, R. (2019). La falta de enseñanza de la geometría en el nivel medio y su repercusión en el nivel universitario: análisis del proceso de nivelación de la Universidad Técnica de Manabí. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales*, 4(1), 20-31.



<https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7047148.pdf>

Byas, R., & Blanco, R. (2019). *Didáctica de la Matemática nivel secundario*. Editorial Universitaria UASD.

Castañal López, J., Nardín Anarela, A. E., Espindola Artola, A., & Garlobo Figueredo, M. (2022). Recurso educativo abierto para el estudio de la Matemática en la Educación de Jóvenes y Adultos. *Paradigma*, XLIII (2), 491-512.

<https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p491-512.id1054>

D'Amore, B., & Duval, R. (2023). Similitudes y diferencias entre la educación de la mirada en geometría elemental y en arte figurativo. *Educación Matemática*, 35(1), 35-58.

<https://doi.org/10.24844/EM3501.02>

González Dosil, M. C., & Lezcano Rodríguez, L. E. (2022). *Geometría del Espacio*. Editorial: Félix Varela. <http://bibliografia.eduniv.cu/author/stored/128>

Hwang, G. J., Tsai, C-C., & Yang, S. J. H. (2008). Criteria, strategies and research issues of context aware ubiquitous learning. *Educational Technology & Society*, 11(2), 81-91.

<https://www.jstor.org/stable/jeductechsoci.11.2.81>

López-Acosta, L. A., Aparicio Landa, E. J., & Sosa Moguel, L. E. (2024). Procedimientos de estudiantes egresados de bachillerato al resolver un problema de geometría analítica. *Educación Matemática*, 36(1), 92-120. <https://doi.org/10.24844/EM3601.04>

Paz Vilchez, N. P. (2021). Sistema tutor inteligente para reforzar el aprendizaje de geometría en estudiantes de una I.E.P. secundaria del distrito Tumán (Tesis de grado). Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo. <http://hdl.handle.net/20.500.12423/4065>

Quintana Ramírez, A. (2020). Conectividad, hipermedialidad y multimodalidad: de la cultura digital al espacio escolar. *Colombian Applied Linguistics Journal*, 22(2), 207-220.

<https://doi.org/10.14483/22487085.16467>

Rodríguez Chávez, M. H. (2021). Sistemas de tutoría inteligente y su aplicación en la educación superior. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 12(22), e175. [https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2007-74672021000100115](https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-74672021000100115)

Suárez Granados, J. J., Arencibia Rodríguez del Rey, Y., & Pérez Fernández, A. C. (2016). Metodología para desarrollar un sistema tutor inteligente basado en la Web, para estudiantes de ingeniería. *Universidad y Sociedad*, 8(4), 108-115.

[http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S2218-36202016000400014](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2218-36202016000400014)

Unesco. (2023). Consenso de Beijing sobre la inteligencia artificial y la educación. *Perfiles Educativos*, 45(180), 176-182.

<https://doi.org/10.22201/iisue.24486167e.2023.180.61303>

VanLehn, K. (2006). The Behavior of Tutoring Systems. *International Journal of Artificial Intelligence in Education*, 16(3), 227-265.



<https://content.iospress.com/journals/international-journal-of-artificial-intelligence-in-education/16/3#>

Woolf, B. P. (2010). *Building Intelligent Interactive Tutors: student-centered strategies for revolutionizing e-learning*. Morgan Kaufmann Publishers.

[https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=MnrUj3J\\_VuEC&oi=fnd&pg=PP1&ots=lz\\_vXi1nA-k&sig=WcXI-ChITSUXx-6vwh6GHNOVtIY#v=onepage&q&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=MnrUj3J_VuEC&oi=fnd&pg=PP1&ots=lz_vXi1nA-k&sig=WcXI-ChITSUXx-6vwh6GHNOVtIY#v=onepage&q&f=false)

Zapata-Ros, M. (2018). La universidad inteligente: La transición de los LMS a los Sistemas Inteligentes de Aprendizaje en Educación Superior. *Revista de Educación a Distancia*, 57(10), 1-43. <http://dx.doi.org/10.6018/red/57/10>

### Conflicto de intereses:

No existen conflictos de intereses que puedan haber influido en los resultados o interpretaciones.

### Síntesis curricular:

**Yaimel González Leyva:** Máster en Informática Aplicada. Investigador joven. Miembro de la Unión de Informáticos de Cuba, con experiencia en la dirección tecnológica para la enseñanza media. **Yoan Martínez López:** Doctor en Ciencias Técnicas. Máster en Informática Aplicada. Profesor Titular y miembro de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación. **Alexia Esther Nardín Anarela:** Máster en Enseñanza de la Matemática. Profesora Auxiliar y Consultante de la Universidad de Camagüey. **María Isabel Salgado Docampo:** Máster en Enseñanza de la Matemática. Profesora Auxiliar de la Universidad de Camagüey.

### Declaración de responsabilidad autoral:

**Yaimel González Leyva:** Diseñó Geotutor, participó en la redacción del artículo.

**Yoan Martínez López:** Dirigió la investigación, procesó los datos del diagnóstico y proporcionó la asesoría en las técnicas de Inteligencia Artificial.

**Alexia Esther Nardín Anarela:** Participó en la revisión bibliográfica y la curación de contenidos. Elaboró los cuestionarios de Geometría y el documento en Excel como partida para conformar la base de datos. Tuvo a su cargo la redacción inicial del artículo y el asentamiento de la bibliografía.

**María Isabel Salgado Docampo:** Colaboró en la confección del módulo tutor con ejercicios de Geometría y participó en la formalización del documento según la plantilla de la revista.

**Editado por:** Dr. C. Arnaldo Espindola Artola.

Este es un artículo en Acceso Abierto distribuido según los términos de la Licencia Creative Commons: [https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.es\\_ES](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.es_ES) que permite el uso, distribución y reproducción no comerciales y sin restricciones en cualquier medio, siempre que sea debidamente citada la fuente primaria de publicación.

